

数学科学習指導案

研究主題

自ら学び，心豊かに生きる力を身につけた児童生徒の育成

数学部会研究主題

数学的な思考力，判断力，表現力等を育む学習指導の在り方
～一人一人を生かす数学的活動の充実を目指して～

1 単元名 一次関数（第2学年、「C 関数」）

2 単元の目標

一次関数について、数学的な活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 知識及び技能

- (ア) 一次関数について理解すること。
- (イ) 事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知ること。
- (ウ) 二元一次方程式を関数を表す式とみること。

イ 思考力、判断力、表現力等

- (ア) 一次関数として捉えられる2つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。
- (イ) 一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

ウ 学びに向かう力、人間性等

一次関数のよさを実感して粘り強く考え、一次関数について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、一次関数を活用した問題解決の過程をふり返って評価・改善しようとしたりすることができる。

3 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①一次関数について理解している。 ②事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知っている。 ③二元一次方程式を関数を表す式とみることができる。	①一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ②一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。	①一次関数のよさに気付いて粘り強く考え、一次関数について学んだことを生活や学習にいかそうとしたり、一次関数を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

4 単元について

小学校第6学年では、伴って変わる二つの数量の関係として、○、□、△などを用いて式に表し、それらに数を当てはめて調べ、正の範囲で比例や反比例の関係について学習してきた。中学校第1学年では、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べ、比例関数関係について理解し、比例、反比例を関数として捉え直した。そこでは、変数と変域や座標について理解するとともに、比例、反比例の関係を表、 $y = ax$ 、 $y = \frac{a}{x}$ の式、グラフなどで表し、変化や対応の特徴を捉え考察することや、比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え、説明することを学習している。

これらの学習を踏まえ、第2学年では、比例と同様に、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、これらの学習を通して、関数関係を見だし考察し、表現できるようにする。そして、事象の中から取り出した2つの数量について事象を理想化したり単純化したりすることで一次関数とみなし、変化を考察したり予測したりすることができることを学ぶ。第3学年では、二乗に比例する関数について学習する。これらの中学校までの学習を基に、高等学校では、二次関数、指数関数、対数関数、三角関数などの関数について学習し、関数についての理解を深めていく。

生徒はこの単元を通して、一次関数の存在を知り、既習の関数関係と比較しながら、その特徴について考察する。特に比例を一次関数の一部と捉え直し、その理解のもとで表、式、グラフを用いて問題を解決していけばよいということを学ぶことが重要である。また、具体的な事象の中で、一次関数とみなすことのできる数量関係を発見し、理想化や単純化をして問題解決していくことも学ぶ。このような題材を選定したり、教材研究を工夫したりしていくことで、生徒の数学的な見方や考え方を育成することを目指していきたい。

5 生徒の実態

(1) 調査結果の分析

(2) 授業展開学級について

(3) 一人一人を生かす数学的活動について

①自分のためのノートづくり

普段からノート指導として、自分のためにノートやワークシートを書くことが大事であると生徒に伝えている。板書の内容を書き写すだけでなく、他者の意見や大事だと思ったことを書き、またそれらに対する自身の考えや疑問などもメモとして書き残させることで、後から見返したときに自分が苦手だと感じたことや分からなかったことを忘れず残しておいたり、自分にとってどんな解法が合っているかをわかるようにさせたりしている。また、このメモについては授業の中でリアルタイムに行う振り返りとしても位置づけ、内容を振り返りながら自分のためになるような授業への取り組みを求めている。定期的にノートの書き方や振り返り方を自身で振り返らせる機会を設けることで、自分のためになるノートづくりや授業への取り組み方について自分なりの工夫を促し、それらを評価していくことで、生徒がより主体的に授業に参加していくことを期待している。

②対話的な授業展開

教師と生徒との対話や生徒同士の対話を重視した授業を展開する。生徒の発表の際に、その考えの着想を聞いたり、素朴な考え方を数学的に表現し直すための質問をしたりすることで、意識的に対話の場面を増やしていく。また、生徒同士で考えを共有する場面では、ペアや班の形といった決まったメンバーとの共有だけでなく、自席を離れて自由に動き回ってよい形式にすることで、話しやすい雰囲気をつくり、対話的な学びが深まることを期待している。ただし、1人である生徒に対しては人間関係等で話し合いに参加できないのか、1人で考え抜きたいのかを見極め、必要に応じた支援をしていく必要がある。

6 指導と評価の計画 (16時間)

時	小単元名	ねらい (学習課題)・学習活動	重点	記録	主たる評価 [観点] (評価方法)
1	一次関数	○富士山の山頂 (3776m) の気温は何度になるでしょうか。	知		
2		○比例や反比例の式に表せないものはどのような式で表せるだろうか。	知		
3	一次関数の	○一次関数の変化を捉えよう。	知		
4	値の変化	○どの関数でも変化の割合は一定になるのだろうか。	思		
5	一次関数の グラフ	○一次関数のグラフについて調べてみよう。	知		
6		○一次関数の式からグラフをかいてみよう。	知		
7		○いろいろな一次関数をグラフに表そう。	知		

8	一次関数の式の求め方	○一次関数のグラフから式を求めるにはどうすればよいだろうか。	思	
9		○変域からグラフの式は求められるのだろうか。	思	
ここまで教育実習生による授業				
10	二元一次方程式のグラフ	○方程式か関数か。 ・二元一次方程式の解を座標平面上の点として捉える活動を通して、二元一次方程式を一次関数としてみることができるようにする。	知	知③：ノート
11	連立方程式とグラフ	○グラフの交点はどのように求めればよいだろうか。 ・2つの二元一次方程式のグラフの交点の座標を求める活動を通して、座標平面上の2直線の交点の座標は、連立方程式の解として求められることや、その根拠について理解できるようにする。	知	知③：ノート
12		○事象を関数として捉えよう。 ・料金の問題から、利益を得るためにはどんな価格設定が必要かを考える活動を通して、現実的な事象から2つの数量を取り出し、一次関数のグラフを基にして考察し、表現することができる。	思	思②：ノート
13		○どのように推測すればよいだろうか。 ・ダム貯水量の変化を一次関数とみなし、その先の貯水量を予測する活動を通して、現実的な事象から2つの数量を取り出し、理想化・単純化することにより、その関係を一次関数とみなして問題を解決することができるようにする。	思	思①：ノート 行動観察
14	一次関数の利用	○面積の変化を捉えよう。 ・長方形の辺上の点が動いたとき、頂点と動点を結んでできる、三角形の面積について考察することを通して、具体的な事象から2つの数量を取り出し、その関係を表、式、グラフを用いて表現することができるようにする。	思	○ 思②：ノート
15		○図形の面積をグラフを用いて求めよう。 ・2直線とx軸で囲まれた三角形の面積を求める活動を通して、点の座標から長さや面積を求める方法について理解することができる。また、演繹的に考えることがどういうことなのかを知る。	思	
16 本時		○面積を求めるにはどう考えればよいだろうか。 ・三角形を3直線で囲まれた図形と捉えて面積を求める活動を通して、座標平面上の図形の面積を工夫して求める方法について理解することができる。また、面積を求めるための自分の思考について認知できるようにする。	思	

VI 本時

1. 題材名 図形の面積をグラフを用いて求めよう（一次関数の利用）（2 / 2時）

2. 題材の考察

本題材は図形を座標平面上で考え、各辺を一次関数のグラフの一部として捉えることで、座標を利用し辺の長さを求め、図形の面積を求めていく。本校が採択している教科書『未来へつながる数学2』（啓林館）では「数学広場 力をつけよう」の中で、本題材の内容は発展問題として扱われている。その意図は、関数と図形の接点を実感させることで、今後のグラフを活用した発展的な学習へとつなげる役割を担う点で重要であると考えている。さらに、問題解決の過程で一次関数のグラフの交点を求めたり、一次関数の式からグラフ上の座標を求めたりするなど、複雑な計算が多く苦手意識のある生徒には難しく感じる事が予想される。そのため本題材では、図形をグラフとして捉える見方に焦点を当てて指導を行う。辺の長さが分からなくても図形をグラフとして捉えることで、各辺を含む直線の式から各頂点の座標が求まり、その座標をもとにして図形の面積を求められるというよさに気づかせたい。また、面積を求める過程において、座標軸に対して平行な直線をひいて考えることが共通しているという統合的な視点を強調していきたい。本題材のような、図形を座標平面上で捉える考え方は解析幾何学の基礎的な考えに繋がり、面積を求めるために関数のグラフを用いることは、高等学校で学ぶ積分にも繋がっていく。そして、2次元コンピューターグラフィックスの分野など現代の技術として発展していくため、生徒の実生活に身近な内容であることを念頭に置いて、本題材を扱っていく。

さらに本題材では、一次関数という代数的な題材を通して、図形領域における問題解決に不可欠な数学的な見方・考え方の一つである「演繹的に考えること」を前倒して学習させることができる。異なる領域においても共通して活用できる数学的な見方・考え方を繰り返し経験することは、生徒にとって知識の移転や概念の統合を促し、数学的活動の汎用性や発展性を実感させる点で大きな意義がある。片桐（1988）は、「この演繹的な考え方に含めて考えるのが適当と考えられるものに、解析的思考と総合的思考といわれるものがある。」と述べており、総合的思考は順向きに考えること、解析的思考は逆向きに考えることとして捉え、それぞれの思考については以下のように述べている。

求めるものが得られたとしたら、どんなことが成り立たなくてはならないかといった考えの進めかたをしようというのが解析的な考え方であり、与えられた条件からいかなることがいえるか、いかなることが成り立つかという方向で思考を進めていこうとするのが総合的な考え方であるといっていよい。演繹的に考えていく時には、確かにこのいずれかが、また時にはこの両方が用いられていると考える。

総合的思考（順向き）の例として、三角形の合同を示す際に、仮定の条件や図形の性質から得られる条件をもとに使える合同条件が何かを考えていく考え方が挙げられる。また、解析的思考（逆向き）の例として、三角形の合同を示す際に、示すべき2つの合同な三角形から、どの合同条件を使えるかを考え、そのために必要な条件が何かを考えていく考え方が挙げられる。

本題材では、三角形の底辺と高さが簡単に求められないため、生徒は様々な工夫をして面積を求めようとする。その際に、「面積を求めるためにはある特定の座標が必要だと考え、その座標を求めるためにはどうすればよいのか」を考える思考は、演繹的な考え方のうち解析的思考（逆向き）であるといえる。生徒が問題に取り組む際には、総合的思考（順向き）と解析的思考（逆向き）を交互に行っていることを念頭に置きながら、生徒の思考を整理し、演繹的に考えるための素地を養っていきたい。

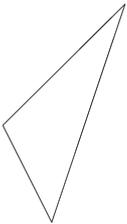
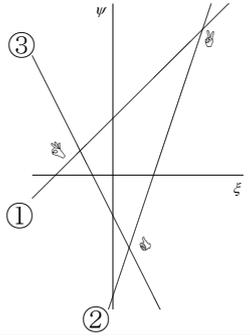
本題材を扱うにあたって着想を問うことを教師の手立てとして重視していく。本時では三角形の面積の求め方として、様々な解法を取り上げることが想定している。それぞれの解法の着想を問うことで、面積を求めるために必要な情報は何か考えるという「逆向きの思考」の流れを明確にしたり、その思考の過程を数学的に表現したりすることが期待される。また、座標軸に平行な直線をひくことが面積を求める上で共通しているという統合的な視点にも気づかせる足がかりとしていきたい。

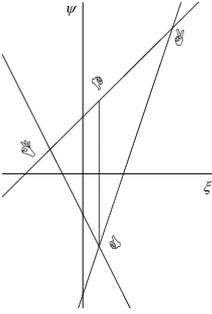
本時では、三角形の面積を求めるための解法を統合して捉えることに重点を置いていくが、演繹的に考えることについても可能であれば触れていきたい。

3. 目標

- ・ 三角形の面積を求めるための過程を，図や式，ことばを用いて表現することができる。
(思考力，判断力，表現力等)

4. 展開

時配 形態	学習活動と内容	留意点(○)および評価(◇)
5	<p>1. 課題を把握する。</p> <p>T 「この三角形の面積は いくつだと思いますか。」</p> <p>S 「長さがわからないので， 面積が分かりません。」</p> <p>T 「では長さを求めるために定規 で測るのはどうでしょう。」</p> <p>S 「それだとずれるかも。」</p> <p>T 「ではこの図形を座標平面で考えていきましょ う。」</p> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;">面積を求めるためにはどう考えればよいだろうか？</p> </div> <p>T 「直線の式は①$y = x + 7$ ②$y = 3x - 15$ ③$y = -2x - 5$ です。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto;"> <p>課題 直線①$y = x + 7$， 直線②$y = 3x - 15$， 直線③$y = -2x - 5$ で囲まれた△ABC の面積を求めなさい。</p> <div style="text-align: right;">  </div> </div>	

<p>5 全</p>	<p>○周囲と交点の座標を確認する。 T「席から離れてもよいので、交点の座標が合っているか周りの人と確認しましょう。」 ○全体で共有する。 T「まずは点 A の座標を確認しましょう。座標はどうなりましたか。」 S「点 A の座標は A (11,18) です。」 T「どのように求めましたか。」 S「①と②の連立方程式を解きました。」 T「点 B はどうですか。」 S「①と③の連立方程式を解いて B (-4,3) です。」 T「残りの点 C はどうですか。」 S「②と③の連立方程式を解いて C (2,-9) です。」</p>	<p>○自力解決の後、自由に動き回って確認をしてよいことを伝える。 ○挙手もしくは指名で生徒に交点の座標を発表させる。</p>
<p>10 個</p>	<p>2. 課題を解決する。 ○△ABC の面積を求める。 T「3点の座標が確認できたので、三角形の面積を求めていきますが、(底辺) × (高さ) ÷ 2 で求めることができそうでしょうか。」 S「できません。」 T「それはなぜですか。」 S「底辺も高さも長さがわからないからです。」 T「ではどのように求めていけばよいか考えてみましょう。」</p> <p>〈予想される生徒の考え〉 ①点 C を通り、y軸に平行な線分と直線 AB との交点を D とし、△ABC を2つに分割して面積をたす。</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;"> <p>$y = x + 7$に$x = 2$を代入して D(2,9)となる。 $CD = \{9 - (-9)\} = 18$より $\triangle BCD + \triangle ADC$ $= 18 \times \{2 - (-4)\} \times \frac{1}{2}$ $+ 18 \times (11 - 2) \times \frac{1}{2}$ $= 54 + 81$ $= 135$</p> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;">  </div> </div>	<p>◇三角形の面積を求めるための過程を、図や式、ことばを用いて表現することができる。(思考・判断・表現) ○ただ解いて終わるのではなく、別解も探すように伝える。 ○解決に困っている生徒には、どうなったら面積が求められるようになりそうかについて図を書いて考えさせる。</p>

②点 B を通り, x 軸に平行な線分と直線 AB との交点を D とし, $\triangle ABC$ を 2 つに分割して面積をたす。

$y = 3x - 15$ に $y = 3$ を代入して
D(6,3)となる。

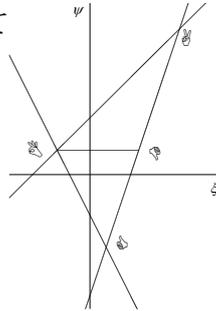
BD = $\{6 - (-4)\} = 10$ より
 $\triangle BCD + \triangle ABD$

$$= 10 \times (18 - 3) \times \frac{1}{2}$$

$$+ 10 \times \{3 - (-9)\} \times \frac{1}{2}$$

$$= 75 + 60$$

$$= 135$$



③点 D を通り, x 軸に平行な線分と直線 AB との交点を D とし, $\triangle ADC$ の面積から $\triangle BDC$ の面積をひく。

$y = x + 7$ に $y = -9$ を代入し D(-16, -9)となる。

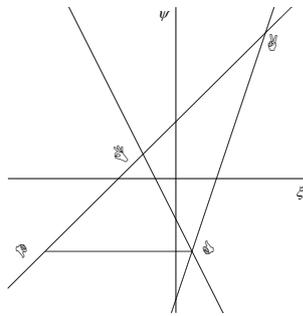
$$\triangle ADC = \{2 - (-16)\} \times \{18 - (-9)\} \times \frac{1}{2}$$

$$= 243$$

$$\triangle BDC = \{2 - (-16)\} \times \{3 - (-9)\} \times \frac{1}{2}$$

$$= 108$$

$$\triangle ADC - \triangle BDC = 243 - 108 = 135$$



④ x 軸と y 軸に平行な線分で三角形を囲み, 長方形の面積から 3 つの直角三角形をひく。

D(-4, 18), E(-4, -9), F(11, -9)より
四角形 DEFA = $15 \times 27 = 405$

$$\triangle DBA = (18 - 3) \times \{11 - (-4)\} \times \frac{1}{2}$$

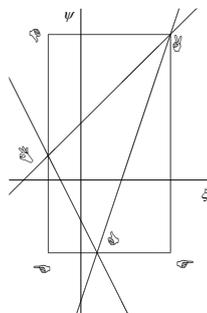
$$= \frac{225}{2}$$

$$\triangle BEC = \{(3 - (-9))\} \times \{2 - (-4)\} \times \frac{1}{2}$$

$$= 36$$

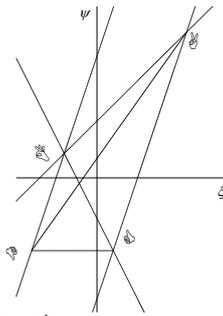
$$\triangle CFA = \{18 - (-9)\} \times (11 - 2) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{243}{2}$$



$$\triangle ABC = 405 \cdot 36 \cdot \frac{225}{2} \cdot \frac{243}{2} = 135$$

⑤点 B を通り直線 AC に平行な直線と、点 C を通り x 軸に平行な直線との交点を D とし、等積変形より $\triangle ADC$ の面積を求める。



直線 BD の式は $y = 3x + 15$

この式に $y = -9$ を代入して $D(-8, -9)$

$$\begin{aligned} \triangle ABC = \triangle ADC &= \{2 - (-8)\} \times \{18 - (-9)\} \times \frac{1}{2} \\ &= 135 \end{aligned}$$

10 ○周囲と考えを共有する。

10 ○全体で考えを共有する。

全 T 「①はどのように考えましたか。」

S 「縦に線をひいて三角形を 2 つに分けました。」

T 「縦の線はどんな線ですか。」

S 「点 C を通る y 軸と平行な線です。」

T 「なぜ 2 つに分けようと思いましたか。」

S 「縦と横で垂直になるので、切ったところを底辺として考えれば、横が高さになると考えて、面積が求まると思いました。」

T 「垂直であることを利用して、分割して考えたのですね。次に面積を求めるために何をしましたか。」

S 「点 C を通り y 軸と平行な直線と、直線 AB との交点の座標を求めました。」

T 「なぜその点の座標を求めようと思いましたか。」

S 「底辺の長さを求めるために必要だからです。」

T 「その点を D としましょう。点 D の座標を求めたらどうしますか。」

S 「2 つの三角形の底辺の長さが高さがそれぞれ求まるので、面積を計算してました。」

T 「y 軸に平行な線分で三角形を分割し、それぞれの底辺と高さを求めてから、面積を求めたのですね。」

4. まとめ

5 ○面積を求める方法について統合的に捉える。

T 「様々な方法で面積を求めましたが、共通する考え方は何でしょうか。」

S 「どれも座標軸に平行な直線を考えています。」

T 「座標軸に平行な直線をひくことで、求められる形にしてみましたね。」

○自力解決の後、自由に動き回って意見交流をしてよいことを伝える。

○挙手もしくは指名をして、発表させる。

○「x 軸に平行な直線をひく」のように、数学的に正しい表現を用いて発表させる。

○それぞれの考え方において、「平行」という言葉が強調されるように板書する。

○それぞれの考え方の着想（なぜそうしたのか）を問うようにする。

○共通する考え方を問うことで統合的な視点に気づかせる。

○必要に応じて周囲と相談する時間をとる。

座標軸に平行な線分を用いて面積を求められる。

5. 前時の板書

1/20 1777E活用して図形を考へよ

問1 直線① $y=x+7$ ② $y=3x-15$
 $\triangle ABC$ の面積は?
 3点A, B, Cの座標

① ②の連立方程式
 $y=x+7$
 $y=3x-15$
 $3x-15=x+7$
 $x=11$
 $y=18$
 $A(11, 18)$

② $y=0$ を代入
 $x=5$
 $B(5, 0)$

③ $y=0$ を代入
 $x=-7$
 $C(-7, 0)$

$\triangle ABC$ の面積
 $= \frac{1}{2} \times (5 - (-7)) \times 18$
 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 18$
 $= 108$

どうして? $\frac{1}{2} \times (5 - (-7)) \times 18$
 $\times 5 + 1$ $\times 5 - (-7)$
 $\oplus 5 - (-7)$
 差を求めよ

直線の式
 点A
 点B
 点C
 高さ
 底辺
 $\triangle ABC$ の面積

傾きの異なる
 2直線の交点
 (順方向の式)

面積の公式
 傾きの異なる
 2直線の交点
 (逆方向の式)

問2 点Aを通り、 $\triangle ABC$ の面積を2等分する直線の式
 BとCの中点D
 BとCの座標をたか2点の
 $(-7, 0)$ $(5, 0)$
 $\frac{(-7+5)}{2} = -1$
 $D(-1, 0)$
 点A(11, 18)とD(-1, 0)
 通過直線
 $AD: y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

問 3本の直線①, ②, ③
で囲まれた $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

